2. UČENIK UME DA ODREDI ODNOS UGLOVA I STRANICA U TROUGLU,ZBIR UGLOVA U TROUGLU I ČETVOROUGLU I DA REŠAVA ZADATKE KORISTEĆI PITAGORINU TEOREMU

Osnovne relacije za uglove i stranice trougla su:

1) Zbir unutrašnjih uglova u trouglu je 180^0 tj. $\alpha+\beta+\gamma=180^0$

2) Zbir spoljašnjih uglova je 360^0 tj. $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=360^0$

3) Spoljašnji i njemu susedni unutrašnji ugao su uporedni,tj.

$$\alpha+\alpha_1=\beta+\beta_1=\gamma+\gamma_1=180^0$$

4) Spoljašnji ugao trougla jednak je zbiru dva nesusedna unutrašnja ugla, tj

$$\alpha_1=\beta+\gamma \qquad \beta_1=\alpha+\gamma \qquad \gamma_1=\alpha+\beta$$

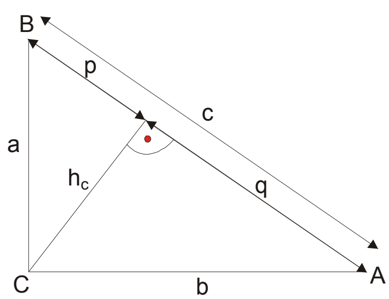
5) Svaka stranica trougla manja je od zbira a veća od razlike druge dve stranice, tj

$$|a-b|<c<a+b$$
$$|a-c|<b<a+c$$
$$|b-c|<a<b+c$$

6) Naspram većeg ugla nalazi se veća stranica i obrnuto.

Ako je $\alpha=\beta$ onda je a = b
Ako je a = b onda je $\alpha=\beta$

Ovde od nas zahtevaju i da znamo formulice za pravougli trougao:



O = a + b + c

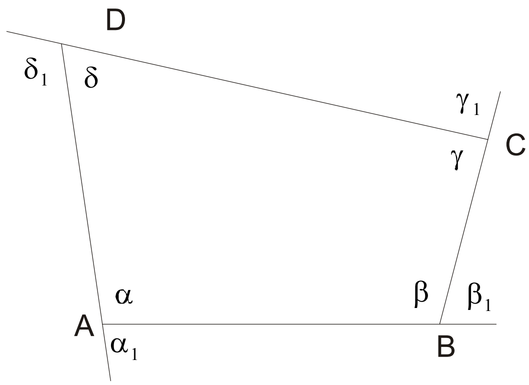
$P=\dfrac{ab}{2}$ ili $P=\dfrac{ch_c}{2}$ odavde je: $h_c=\dfrac{a\cdot b}{c}$

$a^2+b^2=c^2$ **Pitagorina teorema** $h_c=\sqrt{pq}$; c = p + q

$R=\dfrac{c}{2}$ (poluprečnik opisane kružnice); $r=\dfrac{a+b-c}{2}$ (poluprečnik opisane kružnice);

Da se podsetimo i za četvorougao:

Mnogougao koji ima četiri stranice naziva se četvorougao.

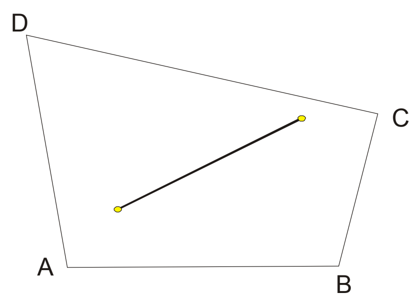


Za svaki četvorougao važi da im je zbir unutrašnjih i spoljašnjih uglova isti i iznosi 360^0

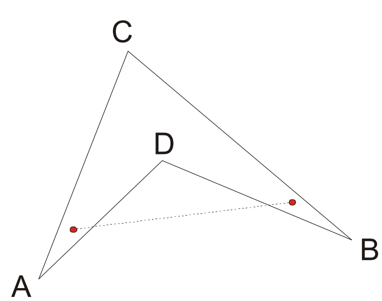
$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=360^0 \qquad \alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1=360^0$$

Najpre da kažemo da četvorouglovi mogu biti : **konveksni** i **nekonveksni**.

Četvorougao je **konveksan** ako duž koja spaja bilo koje dve tačke unutrašnje oblasti ostaje unutar četvorougla.



Četvorougao je **nekonveksan** ako duž koja spaja bilo koje dve tačke unutrašnje oblasti izlazi iz nje.



www.matematiranje.in.rs

Primer 1.

Zbir tri ugla u četvorouglu je 268^0. Odrediti njegov četvrti ugao δ

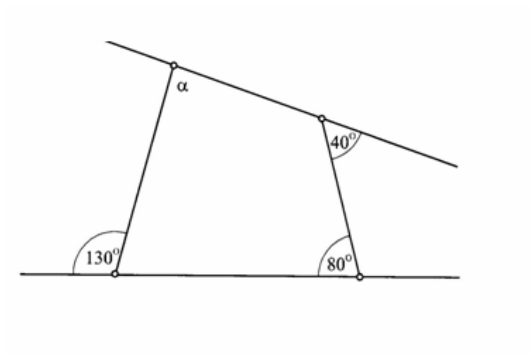
Rešenje:

Zbir unutrašnjih uglova u svakom četvorouglu je 360^0, a kako znamo zbir tri ugla da je 268^0, četvrti ugao ćemo naći kad :

$$\delta = 360^0 - 268^0$$
$$\delta = 92^0$$

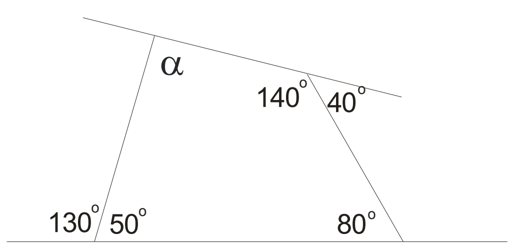
Primer 2.

Ako su podaci kao na priloženom crtežu, odredi nepoznati ugao α.



Rešenje:

Ovde ćemo koristiti činjenicu da je zbir unutrašnjeg i spoljašnjeg ugla 180^0.



Za spoljašnji ugao od 130^0 odgovarajući unutrašnji je $180^0 - 130^0 = 50^0$ (vidi sliku)

Za spoljašnji ugao od 40^0 odgovarajući unutrašnji je $180^0 - 40^0 = 140^0$(vidi sliku)

Sad znamo tri unutrašnja ugla, i znamo da je zbir sva četiri 360^0. Dakle:

$$\alpha = 360^0 - (50^0 + 80^0 + 140^0)$$
$$\alpha = 360^0 - 270^0$$
$$\alpha = 90^0$$

Primer 3.

Osnovica jednakokrakog trougla ABC je AB= 6 cm, a uglovi na osnovici su po 72^0. Ako je AD simetrala

ugla BAC , odrediti :

1) naznačene uglove γ, δ, β
2) dužinu izlomljene linije BADC.

Rešenje:

Kako su uglovi na osnovici po 72^0, treći , nepoznati ugao gama ćemo izračunati:

$$\gamma = 180^0 - (72^0 + 72^0) = 180^0 - 144^0 = 36^0$$

Kako u zadatku kaže da je AD simetrala ugla na osnovici od 72^0, a znamo da simetrala deli ugao na dva jednaka dela

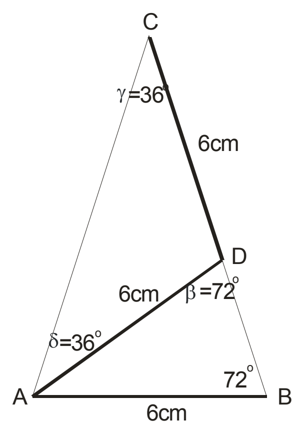
to je:

$$\delta = \frac{72^0}{2} = 36^0$$

Onda zaključujemo da je i ugao $\measuredangle BAD = 36^0$.

Naravno , onda je ugao beta:

$\beta = 180^0 - (36^0 + 72^0) = 180^0 - 108^0 = 72^0$



Trougao ABD je jednakokraki, dakle BA = DA = 6cm.

Trougao ADC je takodje jednakokraki , pa je AD = DC = 6 cm

Dužina BADC će biti : 6 + 6 + 6 = 18cm

Napomena:

Trougao sa uglovima od $72^0, 72^0$ i 36^0 zove se **ZLATNI TROUGAO.**

Evo i nekoliko primera iz ybirke 2012. godine.

171. Који углови могу бити унутрашњи углови троугла?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) 50°, 50°, 50°

б) 60°, 60°, 40°

в) 40°, 70°, 70°

г) 80°, 80°, 40°

Rešenje:

Još jednom: **Zbir unutrašnjih uglova u svakom trouglu je** 180^0 **.**

a) 50+50+50=150 NETAČNO

b) 60+60+40=160 NETAČNO

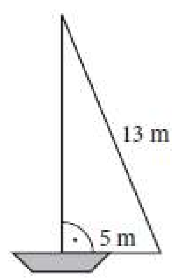
v) 40+70+70=180 TAČNO

g) 80+80 + 40=200 NETAČNO

Dakle, tačan odgovor je pod v) $40^0, 70^0, 70^0$

175. Колика је површина једра на слици?

Прикажи поступак.



Површина једра је ________ m².

Rešenje:

Jasno je da je jedro oblika pravouglog trougla kod koga znamo katetu *a= 5m* i hipotenuzu *c=13m.*

Najpre ćemo naći drugu katetu *b*, koja je ustvari visina tog jedra.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$5^2 + b^2 = 13^2$$
$$25 + b^2 = 169$$
$$b^2 = 169 - 25$$
$$b^2 = 144$$
$$b = \sqrt{144} \rightarrow \boxed{b = 12m}$$

Sad tražimo površinu trougla (jedra)

$$P = \frac{ab}{2}$$
$$P = \frac{5 \cdot 12}{2}$$
$$\boxed{P = 30m^2}$$

Površina jedra je $30m^2$.

173. Дужине страница троугла ABC на слици су a, b и c. Која неједнакост је тачна?

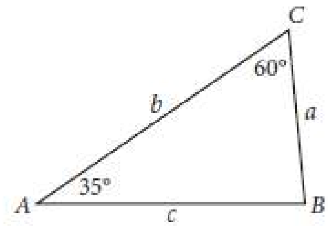
Заокружи слово испред тачног одговора.

а) $a < b < c$

б) $b < a < c$

в) $a < c < b$

г) $b < c < a$



Rešenje:

Pogledajte fajl iz pripreme “Trougao”.

U jednoj teoremi vezanoj za stranice trougla se kaže da se **naspram najvećeg ugla nalazi najveća stranice i obrnuto.**

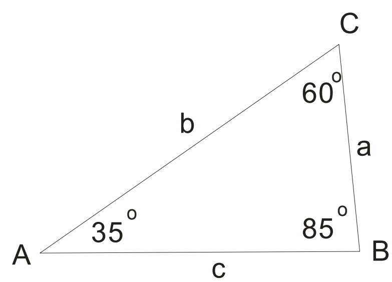
Najpre ćemo naći vrednost nepoznatog ugla kod temena B.

$\measuredangle B = 180^0 - (60^0 + 35^0)$

$\measuredangle B = 180^0 - 95^0$

$\boxed{\measuredangle B = 85^0}$

Imamo:



Najveći ugao je $\measuredangle B = 85^0$ pa je najduža stranica <u>*b*</u>.

Zatim je $\measuredangle C = 60^0$, pa je srednja podužini stranica <u>*c*</u>

Najmanji ugao je $\measuredangle A = 35^0$, pa je stranica <u>*a*</u> najkraća.

Znači da je tačan poredak $a < c < b$ koji je dat u ponudi pod v)

а) $a < b < c$

б) $b < a < c$

в) $a < c < b$

г) $b < c < a$

174. Тања има три штапа дужине 50 cm, 60 cm и 90 cm, Никола три штапа дужине 40 cm, 50 cm и 100 cm, Зоран има три штапа дужине 40 cm, 20 cm и 20 cm и Ђурђа има три штапа дужине 20 cm, 10 cm и 40 cm. Ко ће од њих успети да од штапова направи модел троугла?

Заокружи слово испред тачног одговора.

а) Тања

б) Никола

в) Зоран

г) Ђурђа

Rešenje:

Neka su a,b i c stranice trougla. Važi teorema (pogledajte pripremni fajl **trougao**):

Zbir dve stranice trougla je veši od treće, razlika dve stranice trougla je manja od treće!

Matematički zapisano :

$$|a-b|<c<|a+b|$$
$$|a-c|<b<|a+c|$$
$$|c-b|<a<|c+b|$$

Tanja : 50 cm, 60cm, 90 cm

Ispitujemo da li važi teorema:

$$|50-60|<90<|50+60| \to 10<90<110$$
$$|50-90|<60<|50+90| \to 40<60<140 \quad \textbf{Važi!}$$
$$|90-60|<50<|90+60| \to 30<50<150$$

Nikola: 40cm, 50cm, 100cm

Ispitujemo da li važi teorema: $|40-50|<100<|40+50| \to 10<\boxed{100<90}$ **Ne važi!**

Zoran: 40cm, 20cm, 20cm

Ispitujemo da li važi teorema: $|20-20|<40<|20+20| \to 0<\boxed{40<40}$ **Ne važi!**

Đurđa: 20cm, 10cm, 40cm

Ispitujemo da li važi teorema: $|20-10|<40<|20+10| \to 10<\boxed{40<30}$ **Ne važi!**

Znači, samo je odgovor pod a) tačan:

а) Тања

б) Никола

в) Зоран

г) Ђурђа

www.matematiranje.in.rs